VŠB - Technická univerzita Ostrava

Hodnocení životnosti výrobků ze souboru censorových dat

Student: Jaroslav Kučera

Vedoucí bakalářské práce: prof.Ing.Jiří Tůma, Csc.

Ostrava 2011

Vysoká škola: VŠB – Technická univerzita Ostrava

Školní rok: 2010/2011

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

posluchač: **JAROSLAV KUČERA**

bakalářský obor: Mechatronické systémy

číslo oboru: **3906R006**

Název tématu: **Hodnocení životnosti výrobků ze souboru censorových dat**

Assessment of the Life Time of Products Based on Censored Data

Zásady pro vypracování bakalářské práce:

1. Popište způsoby zkoušení životnosti výrobků
2. Popište teoretické základy Weibulova rozdělení pravděpodobnosti
3. Vytvořte makro pro Excel k výpočtu parametrů Weibulova rozdělení
4. Demonstrujte použití vytvořeného software na konkrétních provozních datech

Seznam odborné literatury:

Tůma, J. *Diagnostika strojů*, 1. vyd. Ostrava : Skripta VŠB - TU Ostrava, 2009. 138 s. ISBN 978-80-248-2116-0. (in Czech)

Tůma, J. *Estimation of density function parameters with censored data from produkt life tests*. In: Engineerings mechanics 2006, Engineering Academy of the Czech Republic, May 15-18, 2006, 9 p., ISBN 80-86246-27-2 (in Czech)

Tůma, J. *Odhad parametrů rozdělení cenzorovaných dat z testů životnosti výrobků*. Sborník vědeckých prací VŠB-TU Ostrava, řada strojní, 1996, roč. XLII, č. 1, článek 1168. ISSN 1210-0471 (in Czech).

Maixner, L. & Kolníková, Z. *Spolehlivost automatických výrobních systémů*. SNTL Praha 1984 (in Czech).

Engineer. statistic Handbook <URL:http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/index.htm>

Vedoucí bakalářské práce: prof. Ing. Jiří Tůma, CSc.

Datum zadání bakalářské práce: 5. 1. 2011

- Termín odevzdání bakalářské práce: 27. 5. 2011

Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě 20.5.2011 ....

podpis studenta

Prohlašuji, že

- byl jsem seznámen s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména §35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a §60 – školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě bakalářskou práci užít (§35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že bakalářská práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího bakalářské práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu §12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě 20.5.2011 ....

podpis

Jméno a příjmení autora práce: Jaroslav Kučera

Adresa trvalého pobytu autora práce: Kopřivnice, Francouzská 1185, Česká republika

ANOTACE BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

KUČERA, J. *Hodnocení životnosti výrobků ze souboru censorových dat: bakalářská práce.* Ostrava:VŠB - Technická univerzita Ostrava, Univerzitní studijní obor: Mechatronické systémy, 2011, 45s. Vedoucí práce: Tůma, J

V úvodu práce jsou uvedeny postupy zkoušení životnosti výrobků. Následuje vysvětlení pojmů z teorie pravděpodobnosti potřebných k pochopení použitého matematického aparátu. Na toto navazuje teoretický popis Weibullova rozdělení pravděpodobnosti a pomocí metody maximalizace věrohodnostní funkce výpočet odhadů parametrů, který je prakticky použit při vytváření makra v tabulkovém procesoru Excel. Funkce makra je názorně předvedena na 2 příkladech z praxe.

ANNOTATION OF BACHELOR THESIS

KUČERA, J. *Estimation of density function parameters with censored data from product life tests: Bachelor thesis*. Ostrava:VŠB - Technical university of Ostrava, University study programmes: Mechatronics systems, 2011, 45s. Thesis head: Tůma, J

At the beginning, basic performance rules for life test are mentioned. Then, introduction to probability theory follows in order to understand necessary math used further on. After that, Weibull probability function and maximum-likelihood method for estimate the Weibull probability function parameters is explained. That is used for designing a makro in Excel. At the end, there are 2 examples showing use of the makro.

Obsah

SEZNAM POUŽITÝCH ZNAČEK

$F(x)$	distribuční funkce náhodné veličiny
$R(t)$	pravděpodobnost bezporuchového provozu
c	parametr tvaru Weibullova rozdělení pravděpodobnosti
d	parametr měřítka Weibullova rozdělení pravděpodobnosti
$f(x)$	hustota pravděpodobnosti náhodné veličiny
$ln(L)$	logaritmus věrohodnostní funkce
$p(x)$	pravděpodobnostní funkce diskrétní náhodné veličiny
v_K	centrální moment k-tého stupně
$\overline{x}$	střední hodnota
x_{ef}	RMS, efektivní hodnota
$\lambda(t)$	intenzita poruch
μ_K	počáteční moment k-tého stupně

1 Úvod

Spolehlivost a predikce životnosti výrobků je v dnešní době nezbytnou součástí vývoje každého výrobku. V tomto ohledu jsou z důvodu konkurenceschopnosti kladeny na nové výrobky stále větší nároky. Nejde již jenom o základní funkčnost výrobku, ale čím dál větší důraz je také kladen na kvalitu. Kvalita je definována jako soubor vlastností, které zákazník požaduje od výrobku. Jedním z těchto požadavků je také garantovaná životnost. Určitě si nechceme koupit auto, se kterým po několika málo tisících ujetých kilometrů budeme muset do servisu z důvodu opravy. Uvážíme-li, z kolika součástek se jedno auto skládá, můžeme si představit nároky na kvalitu - bezporuchovost jednotlivých komponent. Z tohoto důvodu např. v automobilovém průmyslu již nestačí standardní certifikace kvality ISO9001, ale jako nutný standard přišel automobilový průmysl s dalšími požadavky v současné době shrnuté do TS16949. Komponenty se zpravidla vyrábějí ve velkých sériích, kde odpadá možnost kontroly všech vyrobených dílů, proto se v řízení kvality úspěšně používají statistické metody jako SPC, MSA apod.

Dále popisovaná metoda pro modelování životnosti výrobků používá matematický aparát teorie pravděpodobnosti a statistiky. Nejde jenom o problém výběru vzorků k testování, protože všechny výrobky testovat často nelze. U spolehlivostních testů máme po skončení testování také skupinu vzorků, u kterých se vada neprojevila. V takovém případě mluvíme o souboru censorovaných dat. I když by se mohlo zdát, že tyto data nejsou pro výpočet životnosti relevantní, existují metody, které tyto neukončené zkoušky zohledňují, a jejich použití zpřesňuje výpočet životnosti. Jedna z těchto metod, metoda maximální věrohodnosti, je vysvětlena a použita v této práci.

Nejznámější model pro hodnocení životnosti je založen na Weibullově rozdělení pravděpodobnosti se 2 parametry. Výhodou aplikace metody maximální věrohodnosti na tento typ rozdělení je, že lze navrhnout jednoduchý algoritmus výpočtu parametrů Weibullova rozdělení pro daný soubor dat. Implementace tohoto algoritmu v programu EXCEL je hlavní náplní této práce spolu s aplikací makra na příkladech výsledků životnostních testů z praxe.

2 Životnostní testy

Životnost výrobku je podle jedné z definic schopnost plnit požadavky do dosažení mezního stavu při předem dohodnutých a schválených norem pro údržbu a opravy. Představuje počet provozních hodin, počet ujetých kilometrů případně počet sepnutí kontaktu spínače do poruchy.

Životnostní zkoušky jsou často součástí vývoje výrobku. Životnost je jedna z vlastností výrobku a je zpravidla výrobcem testována. Výrobce garantuje určitou životnost obvykle pro stanovené procento výrobků.

Censorová data

Výsledek životnostního testu každého vzorku je dvoustavový. Vzorek může po určité době, cyklu, počtu ujetých kilometrů selhat, pak hovoříme o ukončené zkoušce. Z této zkoušky máme o vzorku informaci, kdy selhal. Nebo můžeme konstatovat, že je testovaný vzorek po konci životnostního testu v pořádku. Pak hovoříme a neukončené zkoušce. Z této zkoušky máme informaci o minimální době, kdy vzorek neselhal. Soubor výsledků neukončených zkoušek se nazývá censorová data. I tato neurčitá data obsahují užitečné informace, které zpřesňují výpočet odhadu parametrů zvoleného modelu rozdělení. Podle typu životnostního testu rozdělujeme censorová data na [Engineer. statistic Handbook-online]

- censorová data I.druhu – životnostní zkouška probíhá předem danou dobu. Dopředu tedy nevíme, kolik zkoušek bude ukončených resp. neukončených.
- censorová data II.druhu – životnostní zkouška probíhá tak dlouho, dokud neselže právě n-tý testovací vzorek. U tohoto druhu testu dopředu nevíme, jak dlouho bude životnostní test trvat.

Zrychlené zkoušky

Problémem životnostních zkoušek je často fakt, že při normálním namáhání je nemožné získat potřebné množství dat o poruchách v krátkém čase. Proto se často životnostní zkoušky provádějí například při zvýšených teplotách ve speciálních komorách (heating room). Typickým příkladem je doba poruchy u elektronických prvků. Matematické modely (akcelerační modely) urychlených zkoušek hledají pomocí regresní analýzy vztah mezi náhodnou veličinou (například doba do poruchy) a akceleračními faktory (například teplota). Pro použití těchto modelů je nutný předpoklad, že mechanismy poruchy při zrychlených zkouškách zůstávají stejné. Jako příklad je možno uvést Arrheiniův zákon, který zjednodušeně říká, že při zvýšení teploty o 10 stupňů se životnost sníží na polovinu. [Reliability Engineering Resources - online]

3 Teoretické základy Weibullova rozdělení pravděpodobnosti

3.1 Náhodná veličina

Nejobecnější definice pravděpodobnosti výskytu náhodné veličiny X uvádí, že je to reálná funkce definovaná na množině všech elementárních jevů, která každému jevu přiřadí reálné číslo. Jako příklad můžeme uvést hod kostkou nebo mincí přiřazení 1 resp. 0 pro výsledek rub resp. líc. Náhodné veličiny mohou být obecně diskrétní nebo spojité.

3.2 Diskrétní náhodná veličina

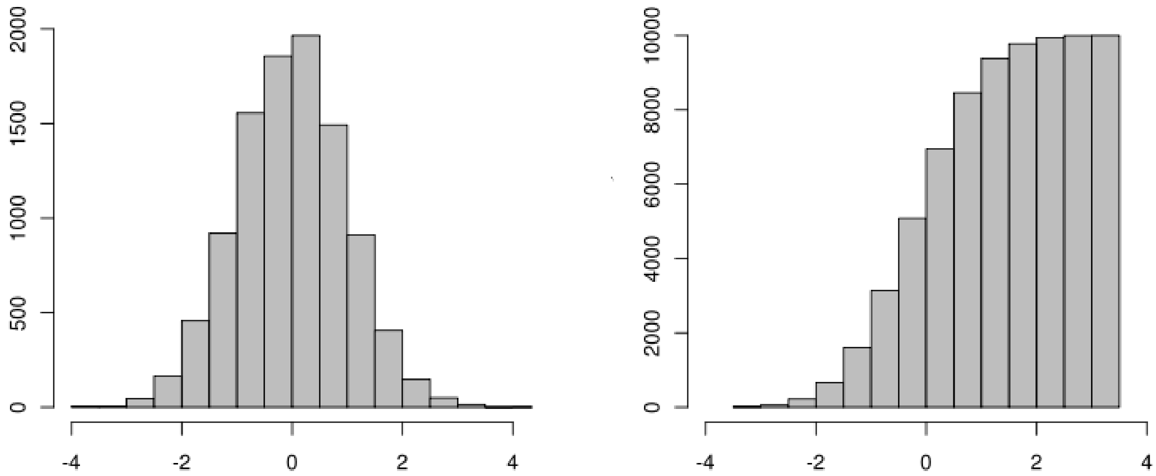
Pro diskrétní náhodné veličiny definujeme **pravděpodobnostní funkci**, která každé hodnotě náhodné veličiny přiřazuje právě jednu hodnotu pravděpodobnosti. Zapisujeme ji jako

$$p(x) = P(X = x) \tag{1}$$

Tato funkce může být zadána různými způsoby jako matematický vzorec, tabulka hodnot přiřazující jednotlivým hodnotám jejich pravděpodobnost, bodový graf, úsečkový diagram nebo histogram – sloupcový graf, kdy na ose x je uveden definiční obor náhodné veličiny, výška sloupce představuje pravděpodobnost viz obrázek 3.1. Vlastnosti pravděpodobnostní funkce jsou [Otipka, P., Šmajstrla V.]

- $p(x_i) \geq 0$ (2)

- $\sum_{i=1}^{n} p(x_i) = 1$ (3)



obrázek 3.1 - histogram (vlevo) a kumulativní histogram (vpravo)
[HISTOGRAM in Wikipedia-online]

Distribuční funkce diskrétní náhodné veličiny

Často nás zajímá pravděpodobnost, se kterou náhodná veličina nabude menší hodnoty než jistá mez. Tato funkce se nazývá distribuční funkce $F(x)$ definovaná

$$F(x) = P(X < x) = \sum_{x_i < x} P(X = x_i) \qquad (4)$$

3.3 Spojitá náhodná veličina

Pro spojitou náhodnou veličinu obdobně definujeme distribuční funkci $F(x)$ definovanou vztahem

$$F(x_i) = P(X<x_i). \qquad (5)$$

Místo pravděpodobnostní funkce je definovaná **hustota pravděpodobnosti** náhodné veličiny **X** jako

$p(x)= P(X=x)$ na intervalu <*a,b*>: $f(x) = \lim_{h \to 0} \dfrac{P(x \le X < x + h)}{h}$ (6)

Důležité vlastnosti *F*(*x*), *f*(*x*) [Otipka, P., Šmajstrla V.]

- $0 \le F(x) \le 1$ (7)
- $P(x_1 \le X < x_2) = F(x_2) - F(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx$ (8)
- *F(x)* neklesající funkce

- $F(-\infty) = 0, F(\infty) = 1$ (9)

- $f(x) \geq 0$ pro všechna R (10)

- $\int_a^b f(x)dx = 1$ a, b krajní meze intervalu kde $f(x)$ je různá od nuly (11)

- $f(x)=F'(x)$, $F(x)$ je primitivní funkcí $f(x)$ (12)

Náhodná veličina je jednoznačně určena rozdělením pravděpodobnosti pomocí hustoty pravděpodobnosti nebo distribuční funkce. Tyto jsou však často poměrně složité a pracné k určení. Proto se často popisují pomocí číselných charakteristik. Dělíme je podle způsobu konstrukce na [Otipka, P., Šmajstrla V.]

- momentové
- kvantilové
- ostatní

a podle toho, které vlastnosti pravděpodobnosti charakterizují:

- charakteristiky polohy
- charakteristiky variability
- charakteristiky šikmosti
- charakteristiky špičatosti

3.4 Momentové charakteristiky náhodné veličiny

Dále je dělíme na **počáteční momenty k-tého stupně** – střední hodnota k-té mocniny náhodné veličiny

$$\mu_k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k \cdot f(x)dx \tag{13}$$

(pro diskrétní veličinu změníme operátor integrace za operátor sumace) a **centrální momenty** *k*-tého stupně

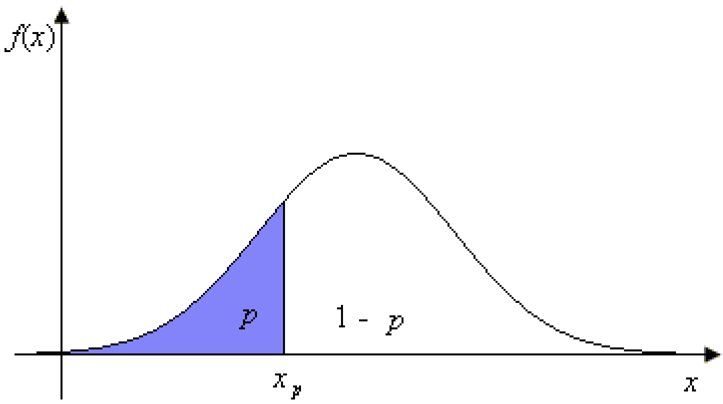
$$v_k = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^k \cdot f(x)dx. \tag{14}$$

Pro praktickou aplikaci jsou významné pouze čtyři momentové charakteristiky μ_1, v_2, v_3, v_4. [Otipka, P., Šmajstrla V.]

- μ_1 - první počáteční moment představuje **střední hodnotu** a značíme ji $E(X)$
- v_2 – druhý centrální moment představuje rozptyl (variaci, disperzi) a značíme ji $D(X)$. Představuje rozptyl hodnot dané veličiny kolem střední hodnoty. Odmocnina rozptylu se nazývá **směrodatná odchylka σ**
- v_3 – třetí centrální moment slouží k určení koeficientu asymetrie tzn. vyjadřuje do jaké míry a na kterou stranu je rozdělení zešikmeno
- v_4 – čtvrtý centrální moment v_4 slouží k výpočtu koeficientu špičatosti tzn. vyjadřuje do jaké míry jsou hodnoty dané veličiny koncentrované kolem její střední hodnoty

3.5 Kvantilové charakteristiky náhodné veličiny

Odvozují se pomocí distribuční funkce $F(x)$ a dělí nám plochu pod grafem hustoty pravděpodobnosti v poměru $p:(1-p)$. Hodnota x_p se nazývá p-kvantil viz obrázek 3.2.



obrázek 3.2 - kvantily [Otipka, P., Šmajstrla V.]

Nejpoužívanější kvantily jsou kvartily ($x_{0,25}$, $x_{0,5}$, $x_{0,75}$), decily ($x_{0,1}$ – $x_{0,9}$) případně percentily. Kvantil dělící plochu pod křivkou hustoty na dvě stejné části se nazývá Medián. [Otipka, P., Šmajstrla V.]

3.6 Základní typy rozdělení náhodné veličiny

Rozdělení rozlišujeme podle diskrétnosti náhodné veličiny. Výčet základních rozdělení diskrétní náhodné veličiny [Otipka, P., Šmajstrla V.]

- Alternativní rozdělení - používá se pro náhodné pokusy s pouze dvěma různými výsledky. Příklad hod mincí.
- Rovnoměrné rozdělení - používá se pro náhodné pokusy s více možnými výsledky ale stejnou pravděpodobností jednotlivých výsledků
- Binomické rozdělení - popisuje četnost náhodného jevu v n nezávislých pokusech, v nichž má jev stále stejnou pravděpodobnost
- Poissonovo rozdělení, Hypergeometrické rozdělení atd.

Výčet základních rozdělení spojité náhodné veličiny:

- Rovnoměrné rozdělení - analogické jako u diskrétní náhodné veličiny
- Exponenciální rozdělení - bude probráno podrobněji
- Normální rozdělení - velmi důležité, nejčastěji se vyskytující, interpretuje zákon výskytu náhodných chyb
- Weibullovo rozdělení - bude probráno podrobněji
- Pearsonovo rozdělení, Studentovo rozdělení atd.

3.7 Základní vlastnosti výrobků, hustota pravděpodobnosti a distribuční funkce

V rámci teorie spolehlivosti mluvíme o následujících vlastnostech výrobků [Maixner, L. 2006]

- **Bezporuchovost** - schopnost výrobku plnit bezvadně dané funkce. Kvantitativně se vyjadřuje dobou bezporuchového provozu v určitém intervalu, intenzitou poruch či střední dobou bezporuchového provozu.
- **Životnost** - schopnost výrobku plnit bezvadně danou funkci do dosažení mezního limitu při standardním systému údržby a oprav.

- **Udržovatelnost** - způsobilost výrobku předcházení vzniku poruch předepsanou údržbou

- **Opravitelnost** - způsobilost ke zjišťování příčin vzniku poruch a jejich odstranění. Vyjadřuje se intenzitou oprav a střední dobou opravy.

Individuální životnost konkrétního výrobku je náhodná veličina – čas, počet cyklů, počet ujetých km atd. Je to doba, která uplyne od začátku zatěžování výrobku nebo systému do jeho poruchy. Budeme mít stejných 100 výrobků, které začneme sledovat v čase t = 0 a budeme zapisovat časy selhání každého výrobku zvlášť. Z definic počtu pravděpodobnosti můžeme říct, že čas selhání 20. výrobku lze chápat jako odhad pravděpodobnosti P = 0,2 selhání tohoto druhu výrobku. Tato data přímo prezentují odhad kvantilů, v našem případě kvantil $t_{0,2}$. [Krupka, K. 2002] Teoretické rozdělení bývá popsáno

- **hustotou rozdělení pravděpodobnosti *f*(*t*).**

  - **distribuční funkcí *F*(*t*)** je svázána s hustotou pravděpodobnosti podle vztahu

$$P(\tau < t) = F(t) = \int_{-\infty}^{t} f(t)dt \qquad (15)$$

a udává pravděpodobnost, že doba bezporuchového provozu τ bude menší nebo rovna době *t*.

- **Pravděpodobností bezporuchového provozu *R*(*t*)** udává pravděpodobnost, že individuální životnost výrobku nebo systému bude větší než doba *t*.

$$P(\tau > t) = 1 - F(t) = \int_{t}^{\infty} f(t)dt \qquad (16)$$

- **Intenzitou poruch** charakterizuje hustotu pravděpodobnosti výskytu poruchy v časovém okamžiku *t*, pokud stroj pracoval bez poruchy v intervalu (0,*t*).

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = \frac{f(t)}{R(t)} \qquad (17)$$

Distribuční funkce *F*(*t*) - pravděpodobnost poruchy do okamžiku *t* a funkce bezporuchovosti *R*(*t*) - pravděpodobnost přežití okamžiku *t* tvoří úplnou skupinu neslučitelných jevů a platí *R*(*t*)+*F*(*t*)=1 [Maixner, L. 2006]

3.8 Parametry Weibullova rozdělení

První publikace o Weibullově rozdělení pochází z roku 1951. Od té doby došlo k širokému rozšíření a popularitě tohoto rozdělení při analýzách životnosti a bezporuchovosti průmyslových systémů a výrobků jednak v elektronickém, elektrotechnickém, ale i strojírenském průmyslu. Jedná se například o životnost ozubeného kola, žárovky, obecně kdy bezporuchovost závisí na stáří, počtu provozních hodin nebo vykonaných provozních cyklů. Podobně se ale také chovají systémy z jiných oborů činnosti, například intervaly mezi následujícími sepnutími relé v telefonní ústředně případně doba přežití pacienta po konkrétním typu operace či úmrtnost na nemoc AIDS. Weibullovo rozdělení je pojmenováno po švédském profesoru Waloddi Weibullovi. Jeho článek z roku 1951 "Statistická rozdělovací funkce široké platnosti - A statistical distribution function of wide applicability" představoval širokou použitelnost tohoto rozdělení pro modelování vlastností různých statistických souborů. V oblasti spolehlivosti je Weibullovo rozdělení je důležité pro určování ukazatelů bezporuchovosti nutné pro předpověď, hodnocení a srovnávání životnosti výrobků alternativní konstrukce, technologie či výrobce.

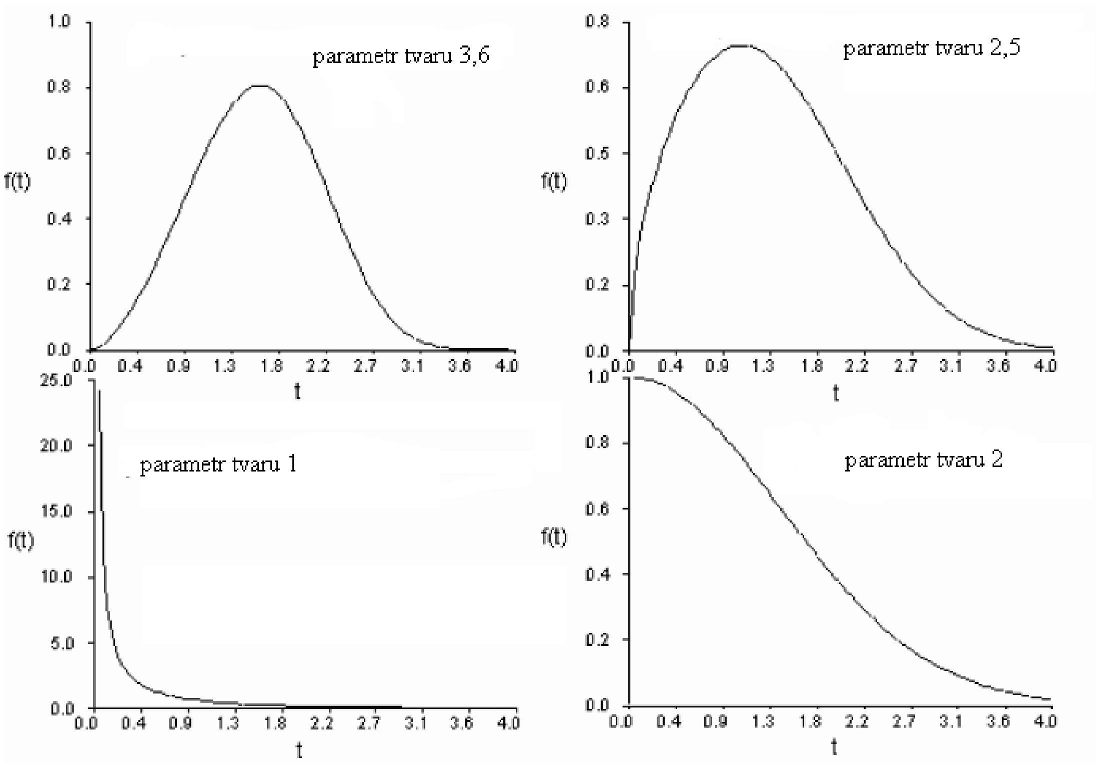
Weibullovo rozdělení charakterizuje závislost intenzity poruch *λ(t)* na čase *t* aproximovaná mocninou délky provozu výrobku nebo zařízení

$$\lambda(t) = \frac{c}{d} \cdot \left(\frac{t}{d} \right)^{c-1} \tag{18}$$

Weibullovo rozdělení je obecně tříparametrické, avšak v bakalářské práci bude použito rozdělení dvouparametrické. Třetí parametr, tzv. umístění, je předpokládáno rovno nule. Zbylé dva parametry jsou následující:

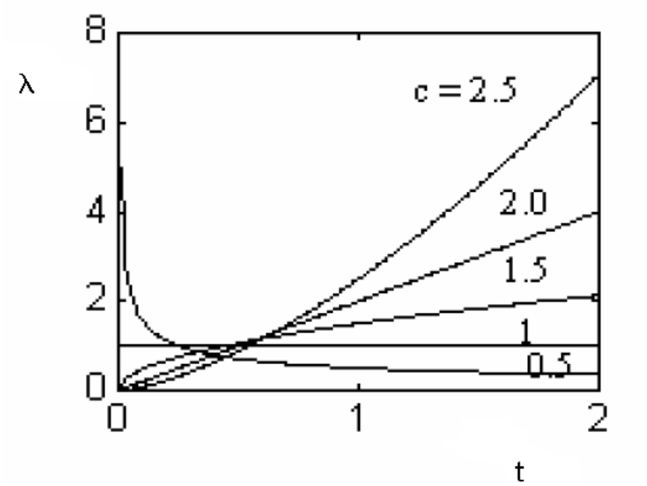
- **parametr tvaru** *c* - typicky nabývá hodnoty 0,5 - 8,0 a ovlivňuje tvar (průběh) funkce hustoty pravděpodobnosti. V závislosti na této hodnotě může Weibullovo rozdělení aproximovat jiná užitečná rozdělení. Tato flexibilita umožňuje modelování mnoha empiricky zjištěných druhů intenzit poruch. Na obrázku 3.3 jsou uvedeny grafy hustoty pravděpodobnosti Weibullova rozdělení pro všechny zmíněné hodnoty parametru tvaru (ostatní parametry: parametr měřítka 2, parametr umístění 0). [Tůma, J. 1996]
    - Pro hodnotu 1 identické s exponenciálním rozdělením,
    - pro hodnotu 2 je identické s Rayleighovým rozdělením,

- pro hodnotu 2,5 aproximuje lognormální rozdělení
- pro hodnotu 3,6 aproximuje normální rozdělení



obrázek 3.3 - hustota pravděpodobnosti v závislosti na parametru tvaru

Parametr tvaru *c* má zásadní vliv na intenzitu poruch. Pro *c*=1 (již zmíněné exponenciální rozdělení) nezávisí intenzita poruch na čase. Často bývá toto rozdělení nazýváno jako "bez paměti". Je-li $c > 1$, intenzita poruch s časem roste, což lze interpretovat jako provozní opotřebení. Jeli $c < 1$, intenzita poruch s časem klesá, toto ukazuje na vyřazování výrobků se skrytými vadami na začátku výroby. [Tůma, J. 1996]



obrázek 3.4 - intenzita poruch v závislosti na parametru tvaru

- **parametr měřítka** d - parametr mění měřítko na časové ose (hodiny/cykly atd.). Zjednodušeně se dá říci, že tento parametr má vliv na roztažení rozdělení.

3.9 Hustota pravděpodobnosti a distribuční funkce Weibullova rozdělení

- Hustota pravděpodobnosti $f(t) = \dfrac{c \cdot t^{c-1}}{d^c} \cdot \exp\left[-\left(\dfrac{t}{d}\right)^c\right]$ (19)

- Distribuční funkce $F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\dfrac{t}{d}\right)^c\right]$ (20)

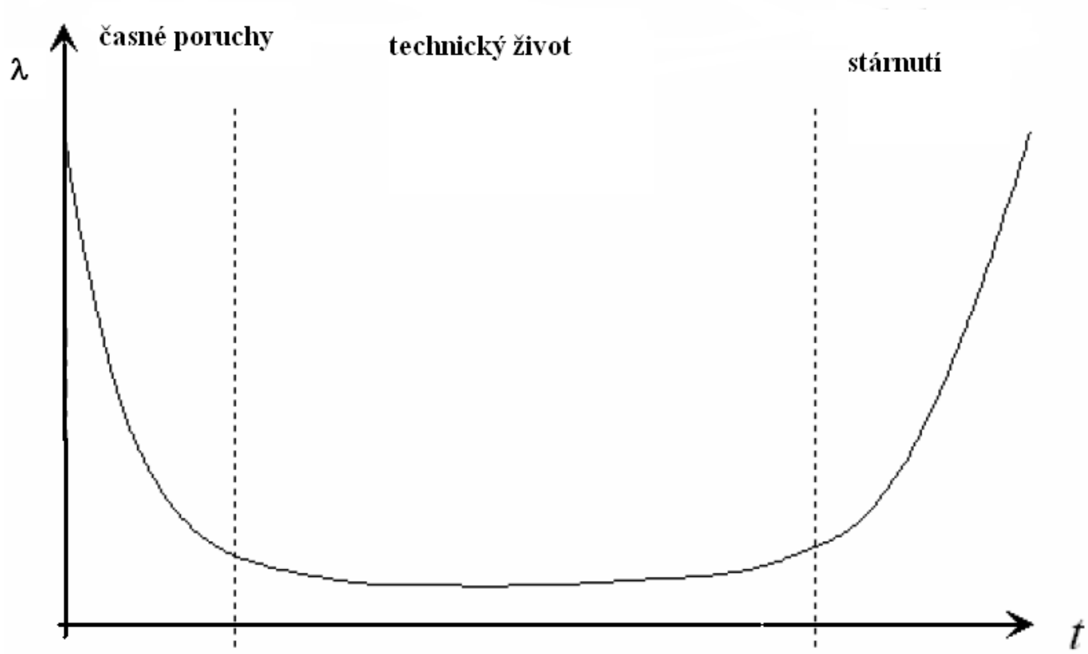
3.10 Vanová křivka

Pro složitá zařízení nebo výrobky je charakteristické, že jsou složeny z dílčích částí, u kterých při vzniku poruchy převažují buď skryté vady nebo opotřebení anebo ustálený výskyt poruch. Složením dílčích intenzit poruch dostaneme celkovou intenzitu poruch pro všechny zmíněné hodnoty parametru tvaru v různém období života výrobku, které je známé pod pojmem "vanová křivka" - obrázek 3.5

- Na začátku výroby nejdříve selžou kusy se skrytými vadami, toto období se nazývá období časných poruch (období záběhu, období počátečního provozu).

- Poté následuje doba běžného užívání zařízení, kdy k poruchám dochází z důvodu vnějších příčin. Nedochází však k opotřebení, které by mělo za následek okamžité selhání funkce. V tomto období je intenzita přibližně konstantní. Toto období se nazývá období technického života.

- V posledním období vlivem opotřebení dochází k funkčním poruchám, intenzita poruch roste.



obrázek 3.5 - vanová křivka

Aproximace intenzity poruch podle modelu Weibullova rozdělení, které bylo popsáno výše, charakterizuje pouze jednu ze zmíněných tří fází provozu výrobku. [Tůma, J. 1996]

3.11 Weibullovo rozdělení metodou maximální věrohodnosti

Existuje několik metod výpočtu odhadu parametrů rozdělení pravděpodobnosti. Pro náš případ použijeme metodu maximální věrohodnosti, jelikož je použitelný i pro censorovaná data. Metoda spočívá ve výpočtu pravděpodobnosti výskytu daného souboru změřených dat, kde jednotlivá měření představují nezávislé jevy. Tato pravděpodobnost je nejenom funkcí samotných dat, ale i jednotlivých parametrů daného rozdělení:

$$P = f(t_1, c, d)\Delta t \ldots f(t_n, c, d)\Delta t \cdot \int_{n+1}^{\infty} f(t, c, d)dt \ldots \int_{m+n}^{\infty} f(t, c, d)dt \qquad (21)$$

kde n je počet porouchaných výrobků, m je počet bezvadných testovaných výrobků. Věrohodnostní funkci L pak definujeme vzorcem

$$P = L(t_1 \ldots t_{m+n}, c, d)(\Delta t)^n \qquad (22)$$

Pro výpočet je lépe použít logaritmus věrohodnostní funkce

$$\ln L(t_1 ... t_{m+n}, c, d) = \sum_{i=1}^{n} \ln f(t_i, c, d) + \sum_{i=n+1}^{m+n} \ln \int_{i}^{\infty} f(t, c, d) dt \tag{23}$$

Pro Weibullovo dvouparametrické rozdělení dostaneme tuto konkrétní věrohodnostní funkci

$$\ln(L) = n \cdot \ln\left(\frac{c}{d^c}\right) + (c-1) \cdot \sum_{i=1}^{n} \ln(t_i) - \frac{1}{d^c} \cdot \sum_{i=1}^{m+n} t_i^c \tag{24}$$

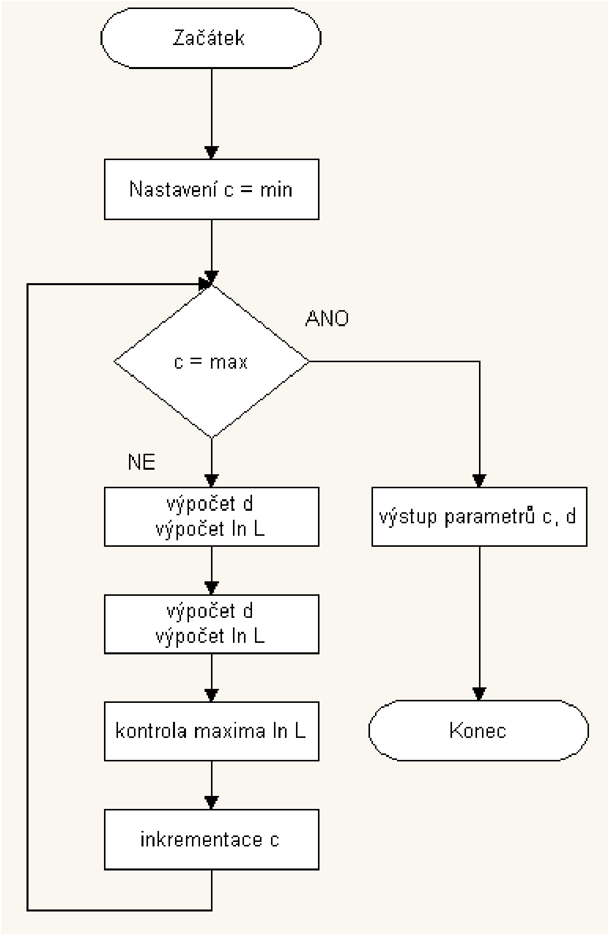
Extrémy funkce dvou proměnných *c, d* určíme jako stacionární body, ve kterých jsou parciální derivace podle proměnných *c, d* rovny nule

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial d} = 0 \,, \; \frac{\partial \ln(L)}{\partial c} = 0 \tag{25}$$

Po výpočtu derivací vzniknou dvě rovnice, z nichž pouze jedna umožňuje vypočítat explicitní vzorec. Druhou rovnici je třeba řešit numericky. Postup výpočtu bude zjednodušen tak, že se využije explicitní vzorec mezi parametrem *c* a *d* a pro tuto vazbu mezi oběma parametry bude postupným upřesňováním jen jednoho z nich hledán extrém logaritmu věrohodnostní funkce pro přípustné hodnoty jen jednoho z nich *c*. Explicitně lze vypočítat analyticky pouze parametr *d*, ovšem se znalostí parametru *c* podle vzorce

$$d = \sqrt[c]{\left(\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n+m} t_i^c\right)} \tag{26}$$

Parametry pro maximum věrohodnostní funkce budou vypočteny numericky v programu Excel a to tak, že budeme postupně nastavovat hodnotu *c*, vypočteme hodnotu *d*, dosadíme do logaritmu věrohodnostní funkce a budeme hledat takové parametry *c,d*, pro které bude hodnota této funkce maximální. Vývojový diagram použitého algoritmu je ukázán na obrázku 3.6. [Tůma, J. 1996]

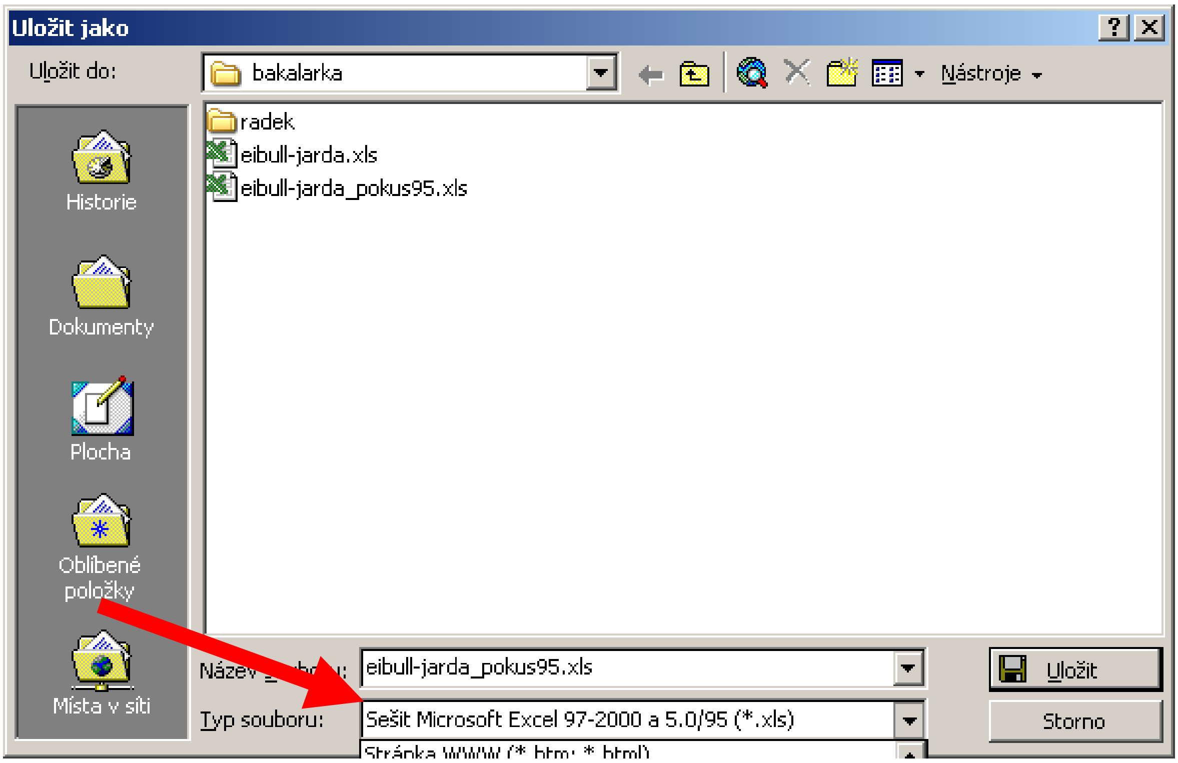


obrázek 3.6 - vývojový diagram algoritmu

4 Makro pro Excel k výpočtu odhadu parametrů Weibullova rozdělení

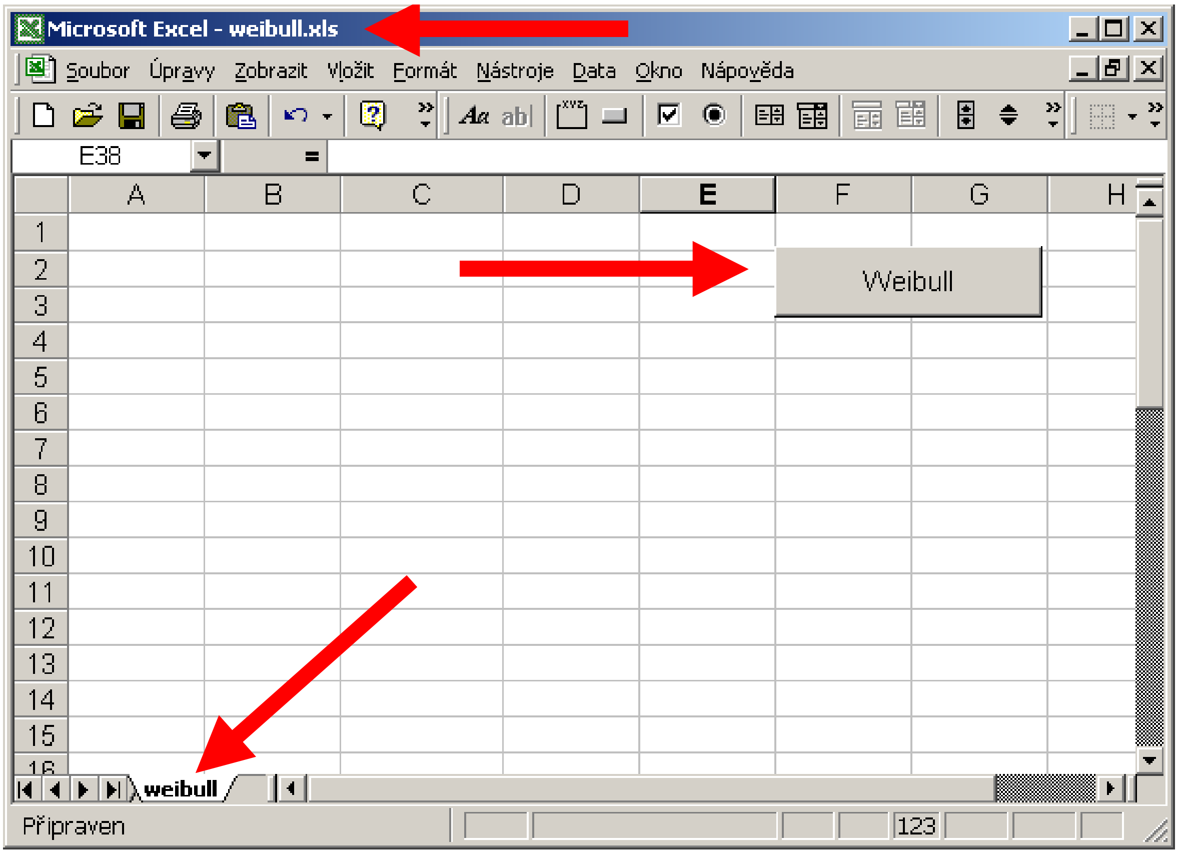
4.1 Uživatelské rozhraní

Pro vytvoření makra na výpočet odhadu parametrů Weibullova rozdělení je použit softwarový produkt Microsoft Excel 2000. Makro využívá pouze standardní funkce programu EXCEL 2000, takže kromě automatické kompatibility směrem na novější verze, můžeme toto makro použít i pro starší verze zpět až do Microsoft Excel 95. V hlavním menu zvolíme "Uložit jako" a v rozbalovacím menu zvolíme daný typ souboru viz následující obrázek.



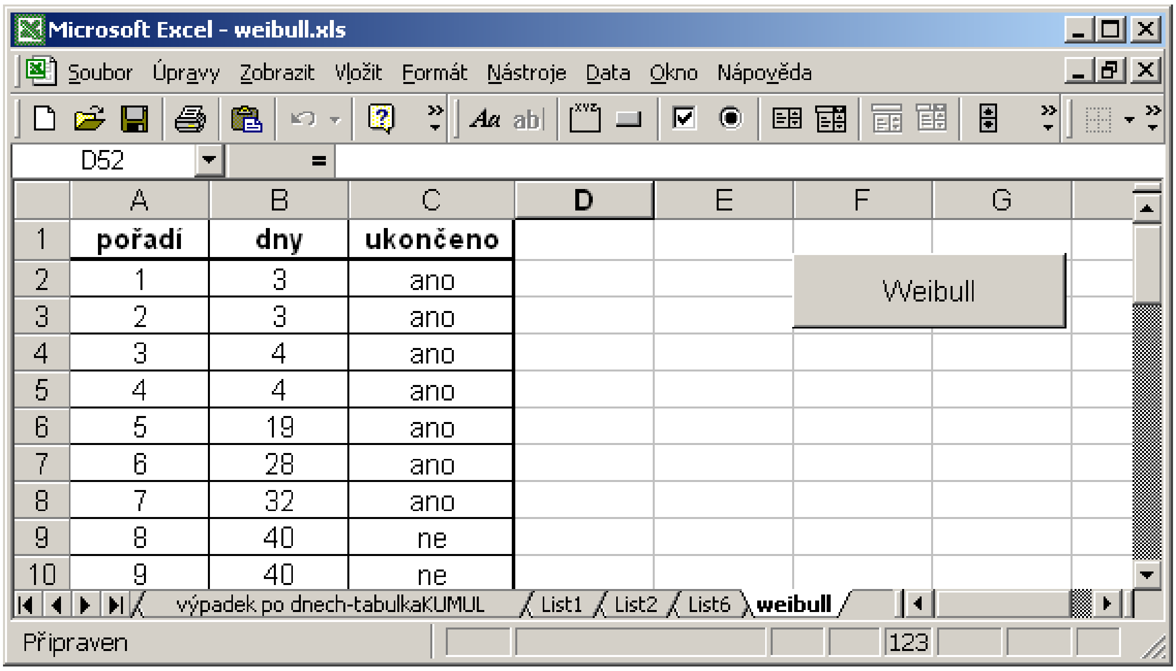
obrázek 4.1 - okno "Uložit jako"

Po otevření souboru **weibull.xls** se objeví list s názvem **weibull** obsahující tlačítko s názvem **Weibull** viz následující obrázek 4.2.



obrázek 4.2 - základní popis sešitu

Makro je tvořeno veřejnou procedurou **WEIB()**, která v sobě zahrnuje veškerou funkčnost. S tímto makrem nepracuje uživatel přímo, ale pomocí uživatelského rozhraní formuláře **Weibull**. Formulář se zobrazí po stisknutí tlačítka **Weibull**. Tímto je zaručena lehká a intuitivní práce s makrem a také robustnost - vnitřní procedury a nastavení formuláře nedovolí zpracovat neplatná data. Nejdříve musíme načíst data, pro která chceme provést výpočet. Příklad je ukázán na obrázku 4.3.



obrázek 4.3 - tabulka v Excelu

Řádky představují záznamy o výsledku testu jednotlivých vzorků. Každý řádek obsahuje informaci o jednom vzorku a to:

- počet dnů, cyklů, ujetých km atd. testování (sloupec B)
- s jakým výsledkem byla zkouška ukončena (sloupec C).

Pro správnou funkci makra musí tabulka splňovat následující pravidla:

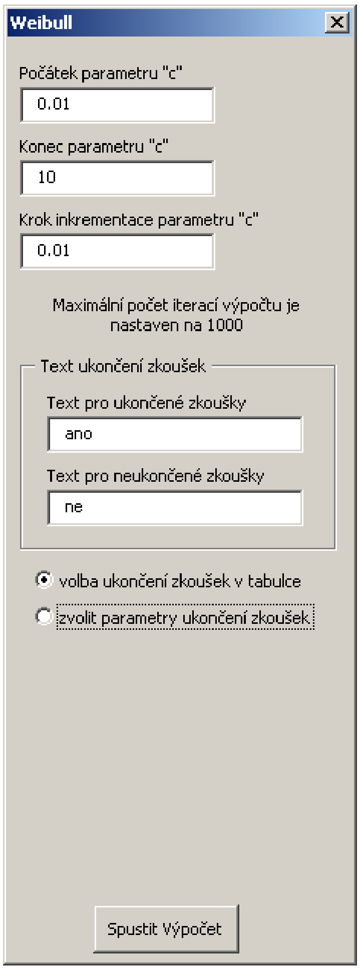
- data sloupce B musí začínat buňkou B2
- data sloupce C musí začínat buňkou C2.
- data sloupce B musí být formátována jako číslo
- data sloupce C jako text.
- pod tabulkou musí následovat alespoň jeden prázdný řádek

Názvy sloupců ani sloupec A není pro vlastní výpočet důležitý. Pokud nejsou splněny všechny podmínky, objeví se při spuštění výpočtu hláška o nekonzistentnosti dat a výpočet se ukončí.

Po spuštění tlačítka se objeví formulář Weibull viz obrázek 4.4 resp. 4.5. Makro pracuje s tabulkou ve 2 možných módech:

- **volba ukončení zkoušek v tabulce** - obrázek 4.4, v tomto módu se bere informace o tom, je-li zkouška ukončena nebo ne ze sloupce C. Implicitně je pro ukončenou zkoušku nastaven text "ano", pro neukončenou "ne". Nastavení můžeme změnit v příslušném textovém poli.

- **zvolit parametry ukončení zkoušek** - obrázek 4.5, tento mód pracuje pouze se sloupcem B. Předpokládá se, že sloupec B je tříděn vzestupně a ze začátku tabulky jsou nejdříve ukončené zkoušky. Ve formuláři zadáme počet ukončených zkoušek a počet dnů, cyklů, ujetých km atd. neukončených zkoušek. Tento mód se s výhodou použije v případě, že chceme analyzovat, jak se bude vyvíjet odhad parametrů Weibullova rozdělení s časem.



obrázek 4.4 - mód 1

obrázek 4.5 - mód 2

Další 3 parametry formuláře jsou stejné pro oba módy:

- **počátek parametru *c*** - představuje dolní limit. Od této hodnoty začne výpočet. Implicitní hodnota je 0,01

- **konec parametru *c*** - představuje horní limit. Do této hodnoty poběží výpočet. Implicitní hodnota je 10

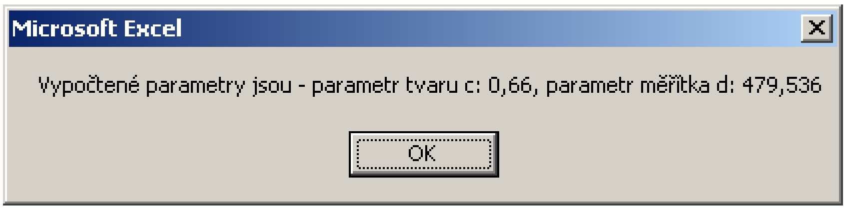
- **krok inkrementace parametru *c*** - o tuto hodnotu se bude zvyšovat parametr *c* s každým proběhnutím cyklu výpočtu. Implicitní hodnota je 0,01.

Při implicitním nastavení proběhne výpočet v 1000 cyklech. Změníme-li např. hodnotu kroku na 0,1, zrychlíme tím výpočet cca desetinásobně, výsledek bude ale zatížen větší chybou (krok parametru tvaru se zvýší 10krát). Při volbě velmi malého kroku nebo velkého rozsahu pro výpočet odhadu parametru tvaru se může stát, že bude výpočet probíhat dlouhou dobu. Z tohoto důvodu je maximální počet iterací nastaven na 1000. Pokud bude z nastavení formuláře počet iterací větší než 1000, výpočet se při 1001. procházení cyklu přeruší a zobrazí se okno oznamující přerušení výpočtu viz obrázek 4.6.

obrázek 4.6 - nepřípustný počet iterací

Pokud budeme chtít zpřesnit výpočet odhadu parametrů, můžeme postup výpočtu opakovat s tím, že při každém následujícím opakování zmenšíme krok a také rozsah. První výpočet provedeme pro *c* od 0,1 do 10 s krokem 0,1. Vyjde nám například hodnota 2,1. Jelikož známe přibližnou hodnotu *c*, můžeme zmenšit rozsah, ve kterém se bude hodnota *c* iterovat. Proto si také můžeme dovolit zmenšit krok. Při druhém výpočtu parametrů můžeme nastavit parametry následovně: *c* od 2 do 2,2 s krokem 0,001.

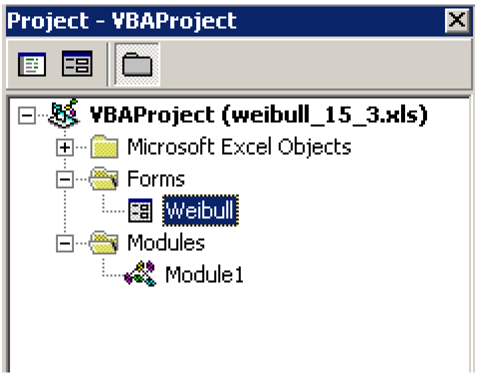
Po úspěšném ukončení výpočtu se objeví okno s vypočtenými odhady parametrů Weibullova rozdělení. Výsledek je automaticky zaokrouhlován na 3 desetinná místa.



obrázek 4.7 - zobrazení výsledku

4.2 Struktura makra v prostředí Visual Basicu

V prostředí VBA (Visual Basic for Application) v okně Project vidíme, že součástí programu je jeden formulář "Weibull" a modul "Module1".



obrázek 4.8 - struktura projektu

Pro tvorbu formuláře jsou použity pouze standardní ovladače a to:

- TextBox - vstup dat pro makro
- Label - popisek textových polí
- Frame - slouží jako kontejner pro skupinu ovladačů. Nastavením vlastnosti objektu se řídí viditelnost skupiny ovladačů
- OptionButton - výběr módu výpočtu
- Button - spuštění vlastního výpočtu

Funkčnost formuláře je jednoduchá a spočívá ve spuštění výpočtu při stisku tlačítka a řízení zobrazování rámečků na základě volby módu viz následující výpis.

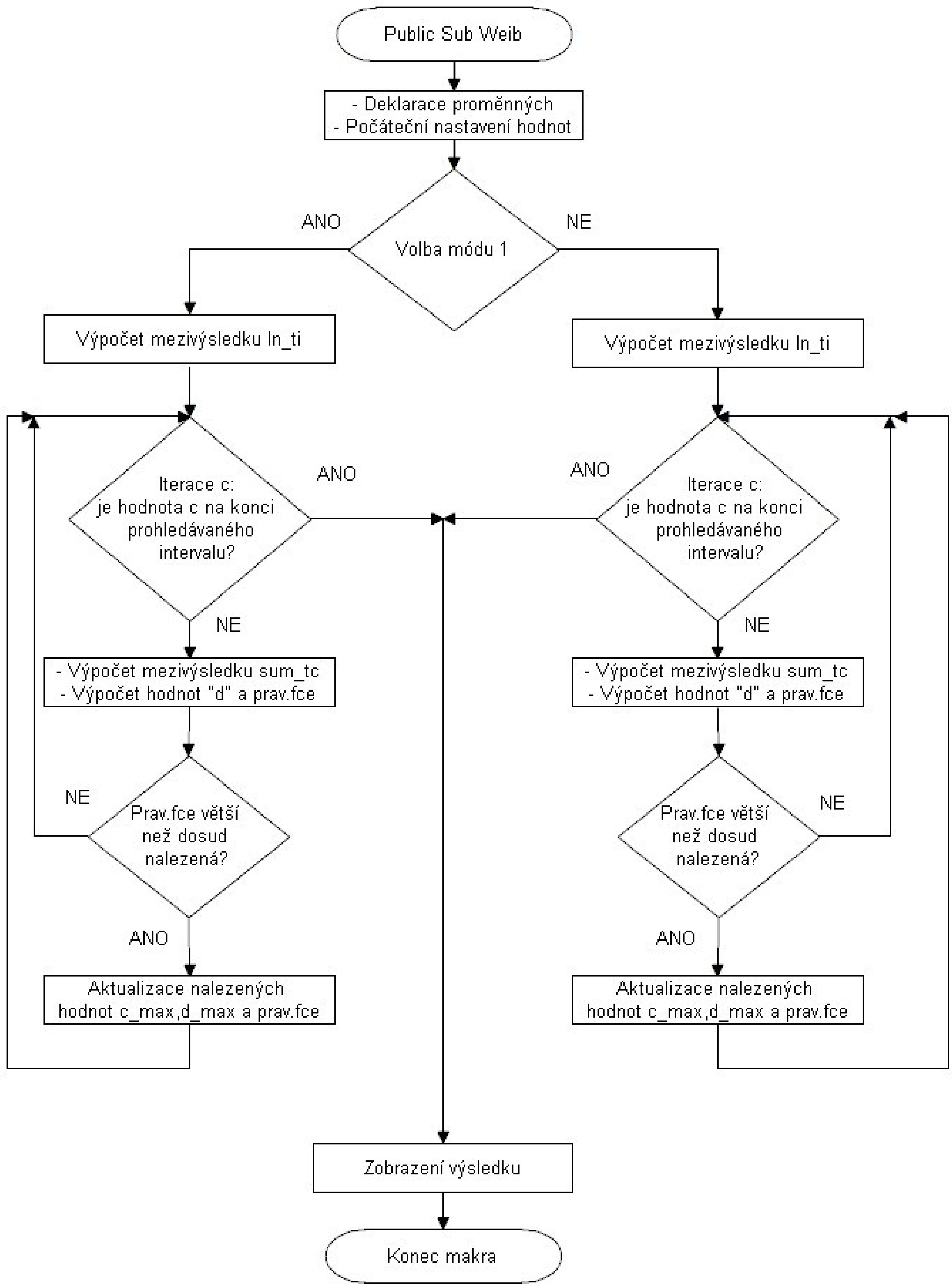
```
Private Sub CommandButton1_Click()
 Module1.weib
End Sub

Private Sub OptionButton1_Click()
 Frame1.Visible = True
 Frame2.Visible = False
End Sub

Private Sub OptionButton2_Click()
 Frame1.Visible = False
 Frame2.Visible = True
End Sub
```

obrázek 4.9 - kód formuláře

Vývojový diagram samotného výpočtu, uloženého v proceduře WEIB() modulu "Module1" je ukázán na obrázku 4.10. Po deklaraci a počátečním nastavení hodnot se testuje volba módu (ovladače OptionButton). Ta rozdělí makro na 2 výpočtové větve. Posloupnost akcí v každé větvi je stejná. Rozdíl je pouze v implementaci kódu, jelikož každá větev pracuje s jinými vstupními daty z formuláře. Zpracování tabulky dat je také rozdílné.



obrázek 4.10 - vývojový diagram výpočtu

- **Výpočet mezivýsledku ln_ti** - mezivýsledek logaritmu věrohodnostní funkce, který je stejný pro všechny hodnoty parametru tvaru *c*. Mezivýsledek pracuje pouze s ukončenými zkouškami. V módu 1 se informace o ukončení zkoušky bere ze sloupce C, v módu 2 je počet ukončených zkoušek zadán pomocí formuláře. Předpokládá se, že ukončené zkoušky jsou setřízeny na začátku tabulky.

$$\ln(L) = n \cdot \ln\left(\frac{c}{d^c}\right) + (c-1) \cdot \sum_{i=1}^{n} \ln(t_i) - \frac{1}{d^c} \cdot \sum_{i=1}^{m+n} t_i^c \tag{27}$$

- **Iterace c** - v tomto hlavním cyklu se provádí hlavní část výpočtu. Cyklus probíhá od zvolené počáteční hodnoty *c* do konečné hodnoty s daným krokem. V každém průběhu cyklu se provádí tyto činnosti:

    - kontrola počtu průchodů cyklem. Je-li přes limit, konec výpočtu
    - výpočet mezivýsledku sum_tc - pracuje s ukončenými i neukončenými zkouškami a je výhodné ho spočítat předem, protože jej použijeme jak pro výpočet odhadu parametru měřítka tak i pro výpočet logaritmu věrohodnostní funkce:

    $$\ln(L) = n \cdot \ln\left(\frac{c}{d^c}\right) + (c-1) \cdot \sum_{i=1}^{n} \ln(t_i) - \frac{1}{d^c} \cdot \sum_{i=1}^{m+n} t_i^c \tag{28}$$

    - Výpočet odhadu parametru měřítka *d* pro aktuální hodnotu odhadu parametru tvaru *c* podle následujícího vzorce:

    $$d = \sqrt[c]{\left(\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n+m} t_i^c\right)} \tag{29}$$

    - výpočet logaritmu věrohodnostní funkce pro aktuální hodnotu parametrů *c, d* v daném průchodu cyklu:

    $$\ln(L) = n \cdot \ln\left(\frac{c}{d^c}\right) + (c-1) \cdot \sum_{i=1}^{n} \ln(t_i) - \frac{1}{d^c} \cdot \sum_{i=1}^{m+n} t_i^c \tag{30}$$

    - je-li logaritmus pravděpodobnostní funkce v daném průchodu cyklem větší než v dosud prošlých průchodech, nastaví se výsledné hodnoty odhadu parametrů tvaru *c* a měřítka *d* podle aktuálního průchodu

- **Zobrazení výsledku na obrazovku a ukončení procedury**

4.3 Matematika v Excelu

Hlavním úkolem makra je počítat mtematický výpočet a pracuje s následnými matematickými funkcemi a operátory:

- *+, -, *, /* - základní operace sčítání, odčítání, násobení a dělení
- *Log(cs1)* - funkce vrátí přirozený logaritmus argumentu cs1
- *cs1 ^ cs2* - operátor umocňování, výsledkem zápisu je umocnění hodnoty *cs1* na hodnotu *cs2*. Výhodou je, že v EXCELu mohou být oba argumety datového typu DOUBLE představující reálné číslo. Tímto operátorem můžeme tedy vytvořit *n*-tou odmocninu. Argument *cs2* bude vypadat (*1/n*)

4.4 Robustnost makra

Se správnou funkčností je také spojena robustnost, neboli schopnost makra odolávat nestandardním stavům. To může být jednak nekonzistentnost dat v tabulce, špatné nebo žádné nastavení hodnot formuláře. Tyto vlastnosti jsou implementovány:

- přímo v kódu
    - kontrola počtu průchodů cyklem
    - kontrola textu pro ukončené/ neukončené zkoušky. Pokud se v tabulce objeví jiný text než možný (v nastavení formuláře), výpočet se ukončí.
- pomocí systému výjimek - VBA implementuje podporu pro odchytávání nepřípustných stavů pomocí tzv. systému výjimek. Na začátku programu je tento systém povolen pomocí příkazu

  ```
  On Error GoTo chyba ' vyjimky
  ```

  Pokud se dále v programu objeví jeden z definovaných nepřípustných stavů (např. dělení nulou), program automaticky skočí na řádek začínající návěštím "chyba", kde probíhá zpracování vzniklého stavu. Pokud jedna z těchto stavů vznikne v proceduře WEIB(), program vypíše chybovou hlášku a výpočet se ukončí.

```
chyba: ' odchytavani jednotlivych vyjimek

 Select Case Err.Number
 Case 11
   MsgBox "Při výpočtu se objevila chyba č." & Err.Number & " Dělení nulou.
 Case 6
   MsgBox "Při výpočtu se objevila chyba č." & Err.Number & " přetečení. Vý
 Case 5
   MsgBox "Při výpočtu se objevila chyba č." & Err.Number & " Číslo n je vě
 Case Else
   MsgBox "Při výpočtu se objevila chyba č." & Err.Number & " s popisem: "
 End Select
```

obrázek 4.11 - kód ošetření výjimek

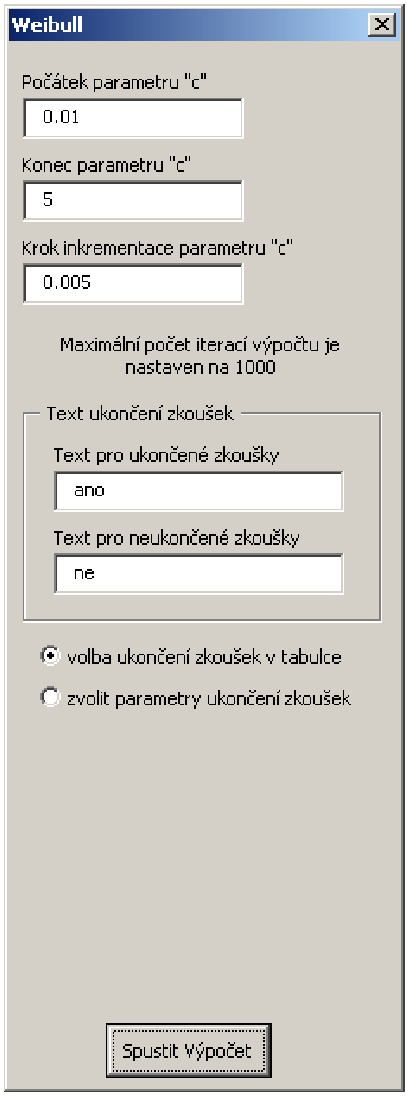
5 Příklad výpočtu na konkrétních provozních datech

5.1 Příklad 1

V prvním příkladu je tabulka výsledků životnostního testu senzorů z jedné nejmenované firmy. Data o životnosti 30 senzorů jsou uspořádána v tabulce na obrázku 5.1 (tabulka pokračuje do 40. pořadí s daty: DNY - 40, UKONČENO - NE), která je setříděna vzestupně podle dne, kdy byla zkouška na daném kusu ukončena. Zkouška trvala 40 dní, takže o osmém až čtyřicátém kusu víme, že vydržely minimálně 40 dní. Jedná se o neukončené zkoušky. Pro výpočet odhadu parametrů Weibullova rozdělení použijeme mód "volba ukončení zkoušek v tabulce" s parametry výpočtu viz obrázek 5.2.

pořadí	dny	ukončeno
1	3	ano
2	3	ano
3	4	ano
4	4	ano
5	19	ano
6	28	ano
7	32	ano
8	40	ne
9	40	ne
10	40	ne
11	40	ne
12	40	ne
13	40	ne
14	40	ne
15	40	ne
16	40	ne
17	40	ne
18	40	ne
19	40	ne
20	40	ne
21	40	ne
22	40	ne
23	40	ne
24	40	ne
25	40	ne
26	40	ne
27	40	ne

obrázek 5.1 - tabulka dat pro výpočet



obrázek 5.2 - nastavení formuláře

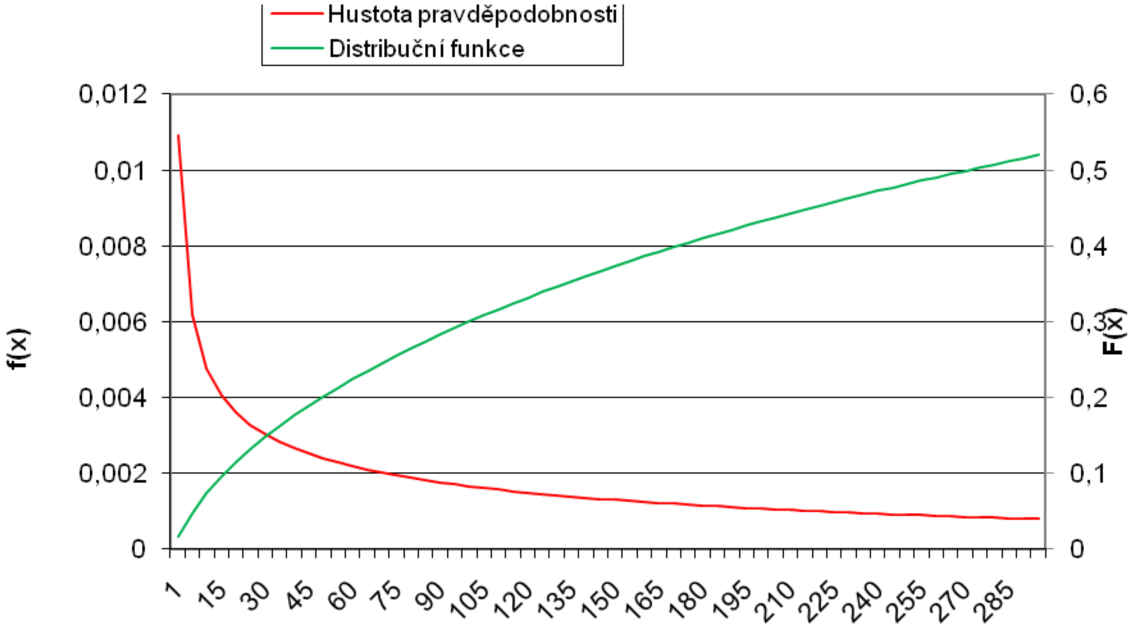
Po kliknutí na tlačítko "Spustit výpočet" se zobrazí okno s výslednými hodnotami viz obrázek 5.3.

obrázek 5.3 - výsledek výpočtu

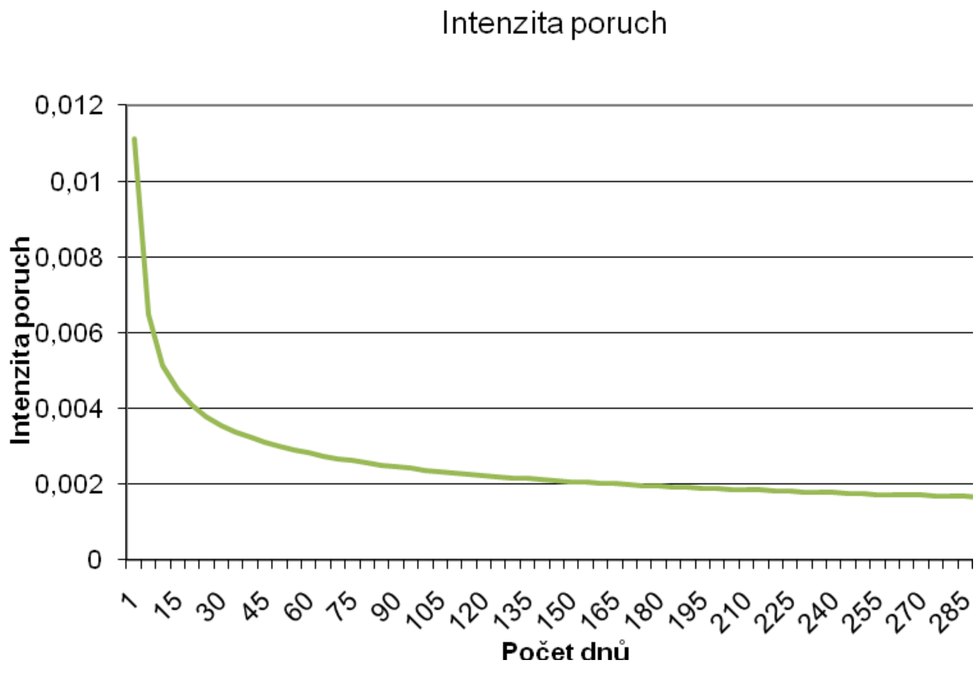
Chceme-li vidět distribuční funkci případně hustotu pravděpodobnosti Weibullova rozdělení s vypočtenými odhady parametrů, můžeme použít standardní funkci Excelu - Weibull. Ta má následující argumenty:

- *X* - hodnota, pro kterou chceme zjistit hodnotu rozdělení. V našem případě se jedná o počet dní zkoušky.
- *Alfa* - parametr tvaru, v našem případě hodnota 0,665
- *Beta* - parametr měřítka, v našem případě 470,383
- *Typ* - logická hodnota
    - PRAVDA=distribuční funkce
    - NEPRAVDA=hustota pravděpodobnosti

Vytvoříme si tabulku, kde první sloupec bude obsahovat počet dní zkoušky (1, 5, 10, 15...) a druhý sloupec funkci WEIBULL s vypočtenými odhady parametrů tvaru a měřítka. Distribuční funkci a hustotu pravděpodobnosti vidíme na obrázku 5.4, intenzitu poruch na obrázku 5.5.



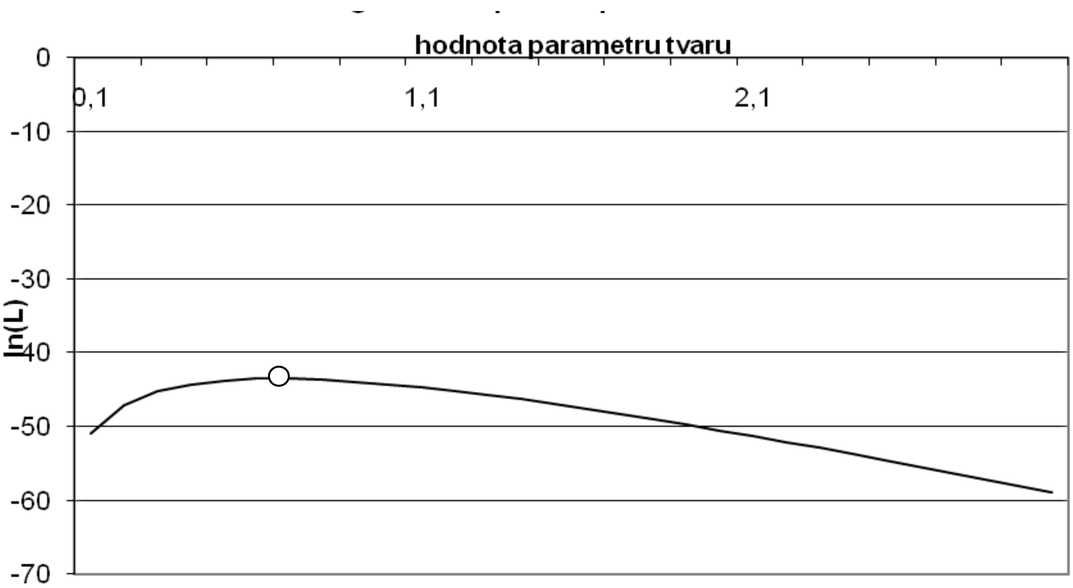
obrázek 5.4 - hustota pravděpodobnosti a distribuční funkce



obrázek 5.5 – Intenzita poruch

Podle velikosti parametru tvaru 0,665 intenzita poruch klesá s časem, což lze interpretovat jako vyřazování výrobků se skrytými vadami ze začátku provozu. Distribuční funkce nám ukazuje, že 10% výrobků selže do 15. dne používání, případně že přežití 275. dnů je přibližně u výrobku 50%. Tento výsledek je pro firmu užitečný v tom, že ukazuje na prezenci skrytých vad, které může firma dále analyzovat pro jejich odstranění.

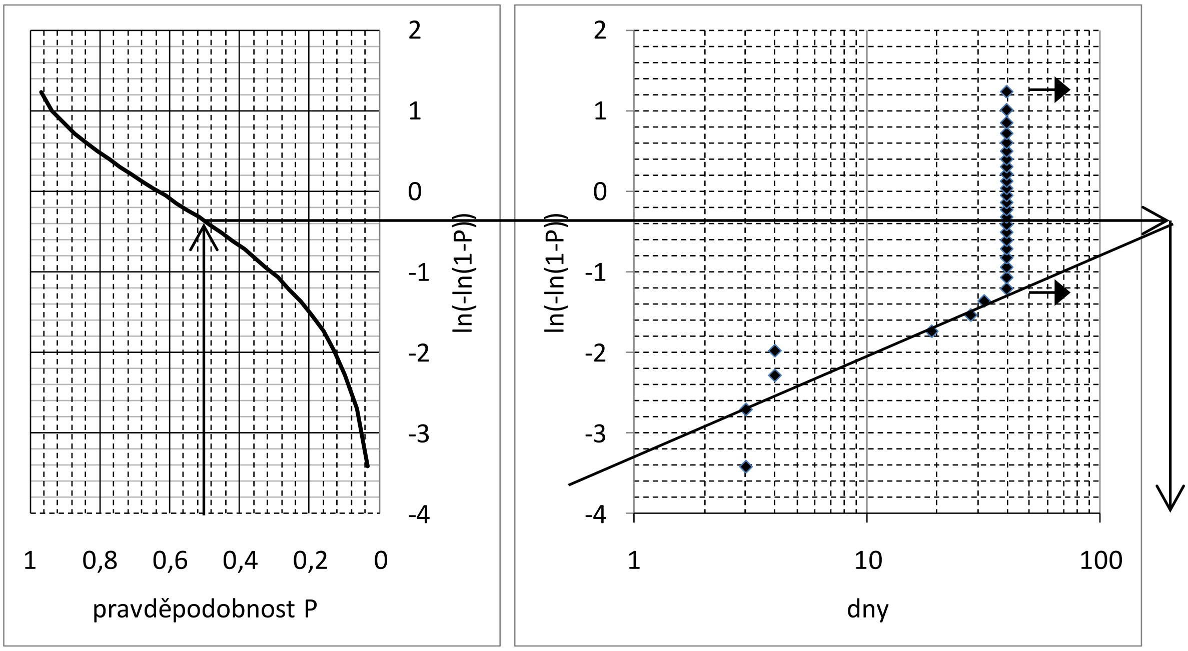
Na tomto příkladu si ještě ukážeme závislost logaritmu věrohodnostní funkce na volbě parametru tvaru *c*. Má jít o funkci, která má maximum v rozmezí parametru tvaru od 0,01 do 10. Obrázek 5.6 představuje tuto závislost. Data pro tento graf získáme přidáním kódu v makru tak, že při každém průchodu cyklu načteme hodnotu do listu Excelu.



obrázek 5.6 - logaritmus věrohodnostní funkce

Tento příklad obsahuje vzestupně uspořádané životnosti jednotlivých vzorků senzoru a navíc skupina ukončených zkoušek je oddělena od neukončených zkoušek. Pro tyto životnostní data lze použít tzv. pravděpodobnostní papír, což je diagram se stupnicemi, ve kterých je distribuční funkce transformována na přímku. Pro Weibullovo rozdělení je vodorovná osa logaritmická a svislá osa dána transformačním vzorcem ln(-ln(1- *P*)), kde *P* je pravděpodobnost. Době životnosti s pořadím *k* od nejkratší doby je přiřazena pravděpodobnost $P_k = k / (n + 1)$, kde n je počet vzorků, tj. v daném příkladu $n = 30$. Protože Excel neumožňuje vytvořit jinou než lineární a logaritmickou stupnici je vlevo od transformované distribuční funkce převodní graf pro odečet pravděpodobnosti na svislé ose. Body distribuční funkce pro neukončené zkoušky se označují vodorovnou šipkou.

Zbylé body se zkusmo proloží přímkou, pomocí které lze odečítat kvantily. Například odečet životnosti pro P = 50% je znázorněn na následujícím obrázku.



obrázek 5.7 – Grafické vyhodnocení životnostech zkoušek

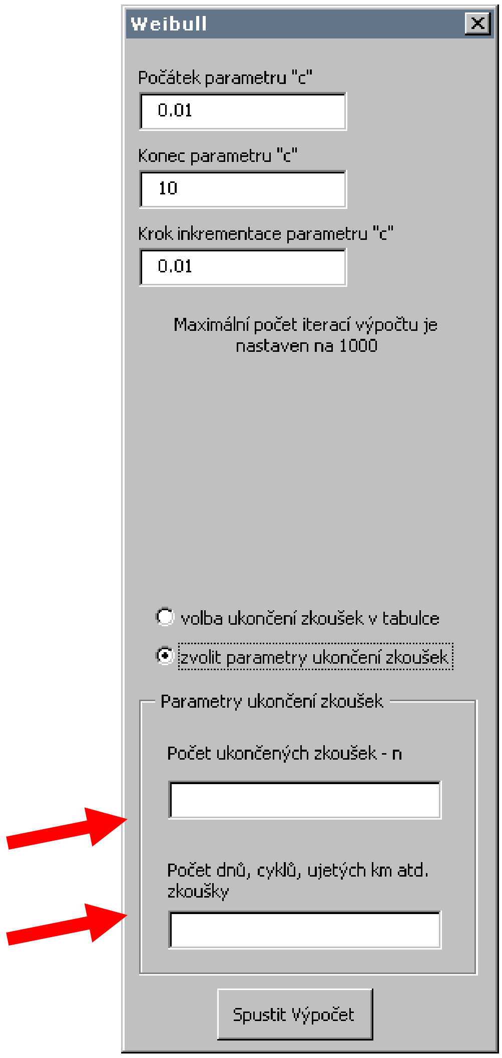
5.2 Příklad 2

Na druhém příkladu si ukážeme použití módu 2, kdy zadáváme počet ukončených a neukončených zkoušek ve formuláři. Jak již bylo zmíněno, předpoklad pro použití tohoto módu je vzestupné setřídění tabulky podle počtu ujetých kilometrů s tím, že ukončené zkoušky jsou na začátku tabulky.

Tento příklad je převzat z [Tůma, J. 1996] a představuje životnost listových pružin u terénního nákladního automobilu. Životnost je dána počtem kilometrů do lomu prvého lisu pružiny. U neukončených zkoušek počtem ujetých kilometrů bez této vady. Obrázek 5.7 ukazuje data, obrázek 5.8 nastavení formuláře. Výpočet proběhne 15krát s tím, že pokaždé změníme data v kolonkách označených červenými šipkami. Počet ukončených zkoušek budeme inkrementovat od 2 do 16 a počet ujetých kilometrů neukončených zkoušek vztáhneme k naposledy ukončené zkoušce. Např. pro počet neukončených zkoušek n=5 nastavíme hodnotu "Počet dnů, cyklů, ujetých km atd. zkoušky" na 35. Nakonec se přepneme do módu 1 a vypočteme odhady parametrů pro kompletní tabulku.

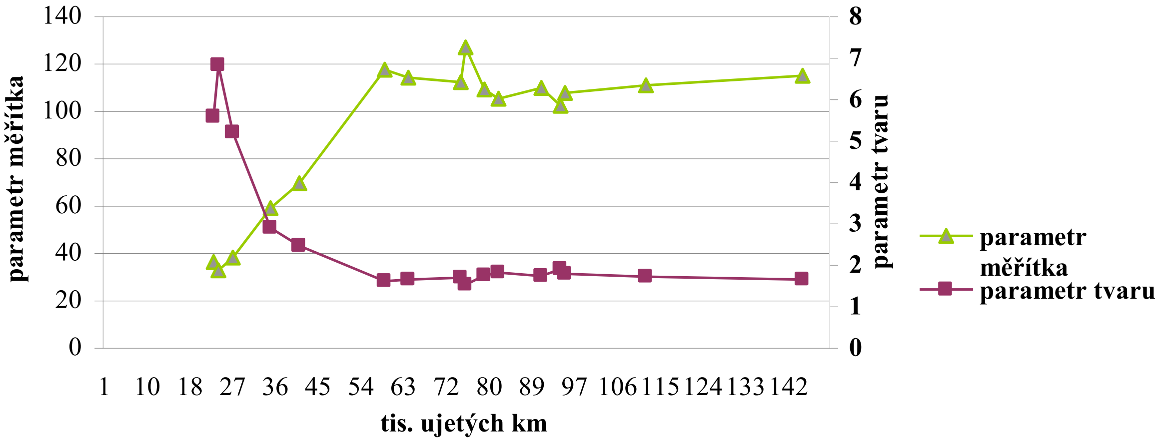
Pořadí	tis.ujetých km	ukončeno
1	16	ano
2	23	ano
3	24	ano
4	27	ano
5	35	ano
6	41	ano
7	59	ano
8	64	ano
9	75	ano
10	75	ano
11	79	ano
12	82	ano
13	91	ano
14	95	ano
15	95	ano
16	112	ano
17	112	ne
18	126	ne
19	126	ne
20	134	ne
21	134	ne
22	137	ano
23	139	ano
24	140	ne
25	145	ne

obrázek 5.7 - tabulka příkladu č.2



obrázek 5.8 - nastavení formuláře

Obrázek 5.10 shrnuje výsledek výpočtu. Graficky jsou data zobrazena na obrázku 5.9. Výsledky vypovídají o tom, že po 60 tis. ujetých kilometrů se odhady parametrů ustálí s mírnými výkyvy na určitých hodnotách. Tato zkušenost může pomoci nastavit efektivní dobu životnostního testu při dalších testech což znamená pro firmu menší časovou náročnost, rychlejší možnost odezvy a v neposlední řadě i značné snížení nákladů.



obrázek 5.9 - graf vývoje odhadu parametrů

tis.ujetých km	parametr tvaru	parametr měřítka
16	-	-
23	5,57	35,967
24	6,81	32,533
27	5,18	37,86
35	2,88	58,742
41	2,45	69,223
59	1,59	117,295
64	1,63	113,907
75	1,51	126,673
75	1,68	111,997
79	1,73	108,867
82	1,8	105,022
91	1,72	109,565
95	1,77	107,341
95	1,89	102,042
112	1,7	110,658
145	1,63	114,73

obrázek 5.10 - tabulka vývoje odhadu parametrů

Závěr:

Cílem této práce bylo vytvořit program pro hodnocení životnostech testů se souborem vzorků, z nichž některé testované vzorky se během testu neporouchaly. Soubor dat o životnosti obsahuje údaje o době života jednotlivých vzorků po poruše a údaje pro vzorky bez poruchy. Tento soubor obsahuje censorová data. Pro hodnocení je předpokládáno, že se náhodná veličina řídí Weibullovým rozdělením.

Po úvodní první kapitole teoretická část začíná druhou kapitolou. Je zde stručný úvod do problematiky životnostních testů. Třetí kapitola je zaměřena na nutné minimum základních pojmů z teorie pravděpodobnosti, na které navazují základní typy rozdělení náhodné veličiny jak spojité tak i diskrétní. Podrobně je zde popsáno Weibullovo rozdělení, vliv jednotlivých parametrů na výsledný tvar rozdělení a možnosti aproximace jiných typů rozdělení při správné volbě parametrů. Také je zde zmíněna teorie spolehlivosti, základní definice a vztahy mezi nimi. Na konci teoretické části je rozebrána metoda odhadu parametrů rozdělení censorovaného statistického souboru - metoda maximální věrohodnosti. Kromě možnosti použití censorových dat je tato metoda při aplikaci na dvouparametrové Weibullovo rozdělení výhodná také v tom, že algoritmus odhadu parametrů je snadno realizovatelný. Tento algoritmus byl publikován [Tůma, J. 1996] v roce 1996 a prakticky úspěšně používán již několik let ve firmě TATRA Kopřivnice.

Začátek praktické části je ve čtvrté kapitole, kde je nejdříve popsáno uživatelské rozhraní makra vytvořeného v EXCELu, jeho omezení a zásady práce s ním. Také je zde zmíněna programátorská část pomocí vývojového diagramu a popisu základní logiky algoritmu. V poslední kapitole je prezentace použití makra na dvou příkladech z praxe. První je z firmy TATRA Kopřivnice, druhý z nejmenované firmy vyrábějící senzory. Na těchto datech jsou ukázány možnosti vytvořeného makra. Umí pracovat s celým souborem dat a vypočíst odhady parametrů pro kompletní tabulku dat, ale také nabízí možnost pracovat s tabulkou v čase. Lze nastavovat počet dnů testování a tak vytvářet analýzy jakým způsobem se mění odhad parametrů s časem. Pokud známe odhady parametrů, můžeme výsledné rozdělení graficky zobrazit v EXCELu standardními funkcemi.

Funkčnost tohoto makra je zabudována do profesionálních softwarových balíků, které stojí nemalé peníze. Standardní tabulkové procesory s censorovými daty pracovat neumějí.

Toto makro je užitečné pro menší firmy, které nepotřebují denně statisticky zpracovávat velké množství dat. Nevlastní tyto často velmi drahé softwareové balíky, ale na druhou stranu potřebují občas zpracovat data z životnostních testů pro své interní potřeby.

Závěrem bych chtěl poděkovat vedoucímu této práce prof. Ing. Jiřímu Tůmovi CSc. za podnětné odborné připomínky a vedení při tvorbě této bakalářské práce, který sám již na toto téma publikoval několik příspěvků viz Použitá literatura.

Použitá literatura:

Engineer. statistic Handbook [online]. Dostupný z WWW: <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/index.htm>

Famfulík, J., Míková, J., Krzyžanek, R. *Teorie údržby.* VŠB-TU Ostrava, dostupný na WWW: <http://homel.vsb.cz/~krz011/ >

HISTOGRAM in Wikipedia: the free encyklopedia [online]. Dostupný z WWW: <http://en.wikipedia.org/wiki/Histogram>

Kupka, K. *Spolehlivost, trvanlivost, poruchovost a jejich modelování.* Časopis AUTOMA číslo 4 (2002)

Maixner, L. a kolektiv *Mechatronika.* Computer press, 2006

Münsterová, E. a kol.: *Fyzikální metalurgie a mezní stavy materiálu.* VUT Brno, 1989, Brno

Otipka, P., Šmajstrla V. *Pravděpodobnost a statistika.* Skripta VŠB – TU Ostrava, 268 s. ISBN 80-248-1194-4

Přeučil, L., *Spolehlivost a komplexní řízení jakosti.* ČVUT FEL, dostupné na WWW: <http://lynx1.felk.cvut.cz/spo/files/prednasky/pdf/>

Starý, I.: *Teorie spolehlivosti*. Skripta ČVUT, Praha, 1999

Tůma, J. *Estimation of density function parameters with censored data from produkt life tests*. In: Engineerings mechanics 2006, Engineering Academy of the Czech Republic, May 15-18, 2006, 9 p., ISBN 80-86246-27-2 (in Czech)

Tůma, J. *Odhad parametrů rozdělení cenzorovaných dat z testů životnosti výrobků*. Sborník vědeckých prací VŠB-TU Ostrava, řada strojní, 1996, roč. XLII, č. 1, článek 1168. ISBN 1210-0471 (in Czech).

Tůma, J. *Diagnostika strojů.* 1. vyd. Ostrava : Skripta VŠB - TU Ostrava, 2009. 138 s. ISBN 978-80-248-2116-0. (in Czech)

Věchet, S., Král P. *Únava materiálu.*, Článek dostupný na WWW: <http://jaja.kn.vutbr.cz/~janirek2/dok/materialy/7tUnava.doc>